طراحی اجزا ۱

تعریف طراحی :

اگر ایده ای را از حالت بالقوه به حالت بالفعل در آوریم ، در صورتیکه نیاز ما را برطرف سازد می گوئیم طراحی انجام داده ایم.

فاکتورهای اصلی در طراحی اجزأ :

۱. استحکام (strength): استحکام جزء خواص ذاتی یک ماده است.

۲. قابلیت اعتماد (Reliability) (R) :

سنجش آماری عدم گسیختگی یک قطعه مکانیکی حین کار قابلیت اعتماد آن قطعه نامیده می شود.

قابلیت اعتماد را با R نمایش می دهیم و محدوده آن به صورت ذیل می باشد:

$$0<R<1$$

برای مثال اگر می گوییم R=۰,۹۰ می باشد یعنی ۹۰% قطعات در مقابل تنش یاد شده ایمن می باشند.

۳. مسائل حرارتی پیش بینی شده و پیش بینی نشده.

۴.سایش(wear)

۵.خوردگی

۶.وزن (weigh)

۷.شکل ظاهری

۸.هزینه

۹.پرداخت سطح

۱۰.عملیات حرارتی

۱۱.ایمنی

۱۲ . سر وصدا

۱۳. تعمیر ونگهداری.

ضریب ایمنی (safety):

واژه ضریب ایمنی به ضریبی گفته می شود که میزان ایمنی یک عضو را ارزیابی می نماید.

$$n = \frac{F_u}{F}$$

حد نهایی بار= F_u

مقدار بار گذاری شده =F

ضریب ایمنی به سه شکل اعمال می شود:

۱. قطعه ای را در نظر بگیرید که تحت تأثیر نیروی F ، Torque ، یا Moment باشد آنقدر نیروی F را بالا می بریم که هر گونه افزایش کوچک نیروی F سبب آسیب رساندن دائمی به توانایی عملکرد صحیح آن عضو شود اگر این مقدار F را با F_u نمایش دهیم در آن صورت ضریب ایمنی به صورت زیر تعریف می شود:

$$n = \frac{F_u}{F}$$

اگر $F_u = F$ در آن صورت n=۱

- ضریب ایمنی وقتی یک شود دال بر این نکته است که کوچکترین تغییر جزیی باعث از بین رفتن قطعه می شود.
- ضریب ایمنی را تا آنجا که امکان دارد باید پایین بیاوریم.

سوال: چرا از ضریب ایمنی استفاده می کنیم :

۱.اطلاعات کافی در دست نیست.

۲.موادی که روز به روز می آید سبکتر ومقاومتر است.

۳.نحوهء استفاده مصرف کننده

- **آنالیز تنش :**
- **تانسور تنش**

$$\sigma ij = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \text{Sym} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ & & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

۱. تانسور تنش یک ماتریس متقارن (Symmetric) است یعنی $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ و $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ و $\tau_{yz} = \tau_{zy}$.

۲. تانسور تنش دارای ۹ مؤلفه است که ۶ مؤلفه آن اصلی و سه مؤلفه آن وابسته است.

$\{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}\} \rightarrow$ مؤلفه های اصلی

$\{\tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{zx}\} \rightarrow$ مؤلفه های وابسته

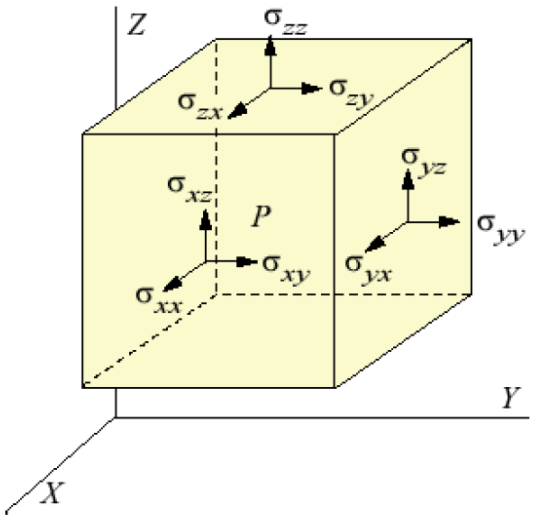
۳. تنش نرمال وقتی مثبت است که بار مثبت می باشد.

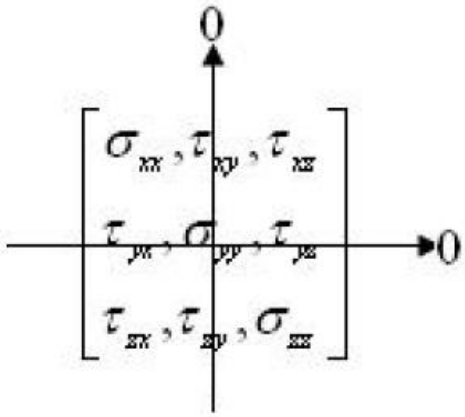
۴. تنش برشی وقتی مثبت است که هر دو جهت مثبت محور باشد.(قرار داد تیموشیکنو)

۵. در حالت کلی ما اصلاً تنش برشی منفی نداریم.

۶. τ_{xy} یعنی عمود بر محور X و در جهت محور Y .

۷. اگر در تانسور تنش یک سطر ویک ستون هم شماره داری عناصر صفر باشد مسأله تنش صفحه ای یا دو بعدی می باشد.





سوأل :

چرا $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ است؟

جواب: چون چرخش نداریم وتنها از سه معادله تعادل نیرو یعنی $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$

استفاده می کنیم لذا چون از معادلات گشتاور استفاده نمی کنیم و ما در تانسور تنش ۹ مؤلفه تعادل (equilibrium) داریم که ۳ تای آنها ممان هستند که قبلاً استفاده شده اند و ما دیگر حق بکار گیری آنها را نداریم.

سوأل :چگونه یک مسأله طراحی را حل کنیم?

جواب) روند کلی حل یک مسئله طراحی بدین صورت است که ابتدا در سازه مورد نظر نقطه یا نقاط بحرانی(critical points) را که در آنها ماکزیمم تنشها را داریم بیابیم سپس مقادیر تنش را در این نقاط محاسبه و با مقاومت ماده مقایسه می کنیم.

اگر مقدار تنش ماکزیمم مساوی یا بزرگتر از مقاومت قابل تحمل ماده بود در قطعه شکست (Failure) روی می دهد.پس در تمامی مسائل طراحی اجزا با یک رابطه کلی سر وکار داریم که عبارت است از :

مقاومت ماده قطعه > ماکزیمم تنش نرمال

در مرحله یافتن نقاط یا المان بحرانی فاکتور های مختلفی مؤثر هستند از جمله هندسه قطعه ،نحوه بار گذاری ، تمرکز تنش. ار لحاظ هندسی نقاط با مقاطع کوچکتر تنش بیشتری را تحمل می کنند. در مسائل عملی هیچگاه نمی توان به صورت صد در صد نقطه بحرانی را پیدا کرد آنچه در این مرحله به طراح کمک می کند تجربه و داشتن حس مهندسی می باشد. معمولاً یک سری نقاط را به عنوان نقاط بحرانی حدس زده و پس محاسبه تنش ها در این نقاط نقطه با تنش ماکزیمم نقطه بحرانی است. یکی ازراهکار ها یافتن نقاط بحرانی رسم دیاگرم های نیرو و گشتاور است که هر کجا از این نمودارها حداکثر نیرو وگشتاور را داشتیم آنجا نقطه بحرانی است . به عنوان مثال دریک شافت نقطه بحرانی مربوط به جای خار یا پله های شافت است که محل تمرکز تنش می باشد.

پس به طور کلی روند زیر را در طراحی باید طی کنیم:

۱.رسم دیاگرامهای P,V,T,M

۲.مقطع بحرانی را از روی دیاگرامها تشکیل می دهیم ، مثلاً در استاتیک جایی که ممان ماکزیمم است نقطه بحرانی می باشد.

۳.المان بحرانی

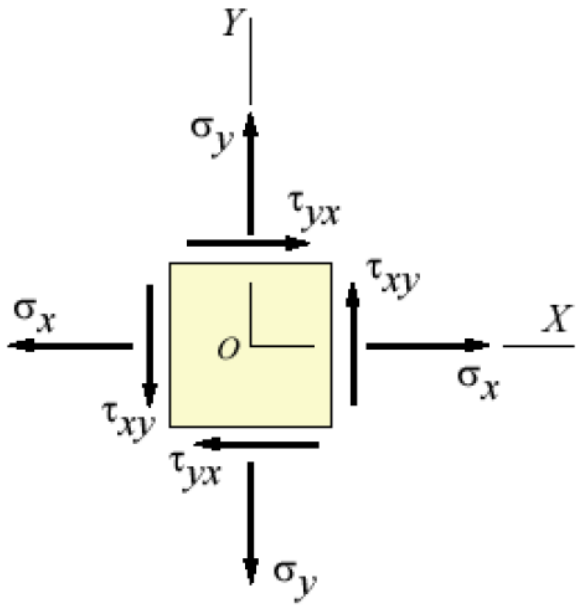
۴.تانسور تنش در المان بحرانی

۵.با استفاده از یک معیار تسلیم مناسب تشخیص دهیم که آیا عضو یا مکانیزم مورد نظر تحت این بارگذاری ایمن است یا نه ، در واقع ضریب ایمنی را محاسبه می کنیم و مسئله را تاجایی تکرار (چک طرح)می کنیم که ضریب ایمنی داده شده در صورت مسأله ارضا شود.

- **دایره مور(Mohr's circle):**

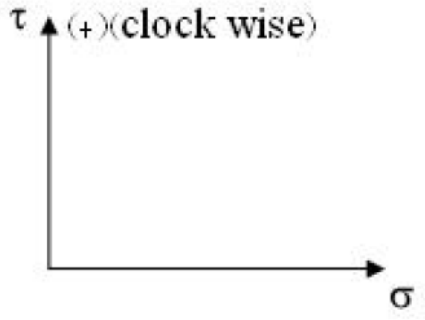
روش ترسیمی:

۱. تنش نرمال کششی را مثبت وتنش نرمال فشاری منفی در نظر می گیریم.



۲. τ_{xy} اگر المان را در جهت عقربه های ساعت بچرخاند (clock wise)(+) است و در غیر اینصورت (counter clock wise) (−)می باشد.

۳. دستگاه کارتزینی انتخاب می کنیم که محور قائم آن τ و محور افقی آن σ باشد.



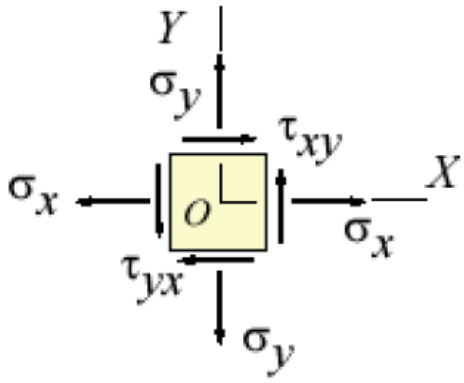
۴. وجوه المانی را که بر روی آن تنش ها قرار دارند را نام گذاری می کنیم یکی را سطح X و یکی را سطح Y می نامیم:

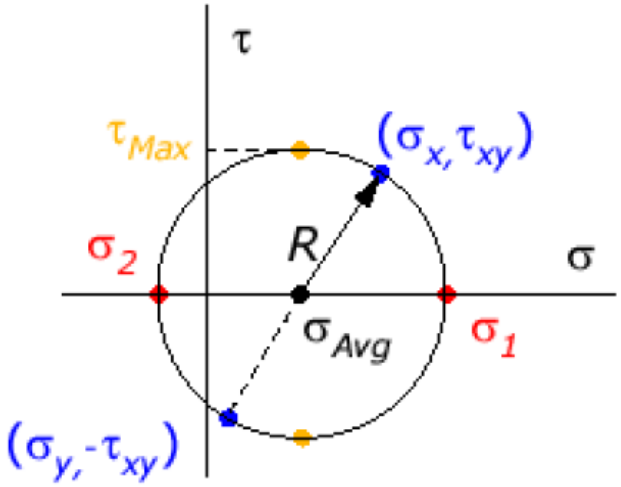
اکنون $X\begin{vmatrix}\sigma_x\\ \tau_{xy}\end{vmatrix}$ $Y\begin{vmatrix}\sigma_y\\ \tau_{yx}\end{vmatrix}$ مشخص می گردند.

۵.نقاط X,Y را روی دستگاه کارتزین نشان می دهیم ، مسلماً یکی از این نقاط بالای محور و دیگری پایین محور می افتد.

۶.دو نقطه را با یک خط به یکدیگر وصل می کنیم. محلی را که خط XY محور افقی را قطع می کند با C نمایش می دهیم و مرکز دایره مور می نامیم ، اکنون به مرکز C وشعاع C_x یا C_y دایره می زنیم و دایره مور مشخص می شود.

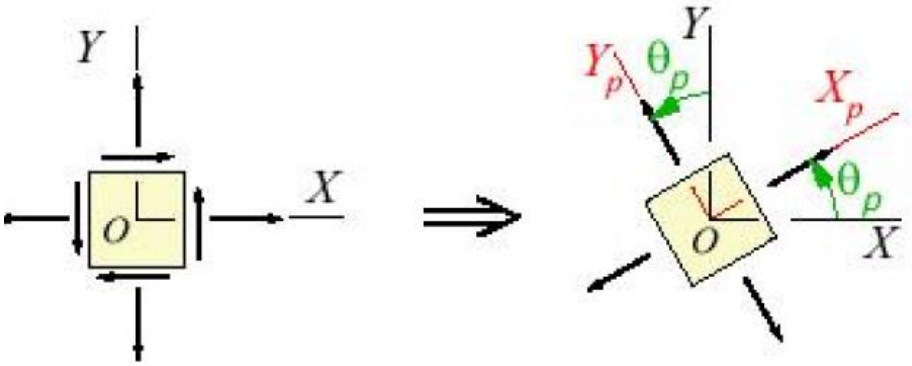
۷.از آنجائیکه نقاط X,Y را با خط مستقیم به یکدیگر وصل نمودیم بین دونقطه در دایره مور ۱۸۰ درجه اختلاف فاز است ، حال آنکه بر روی المان به اندازه ۹۰ درجه اختلاف فاز می باشد.

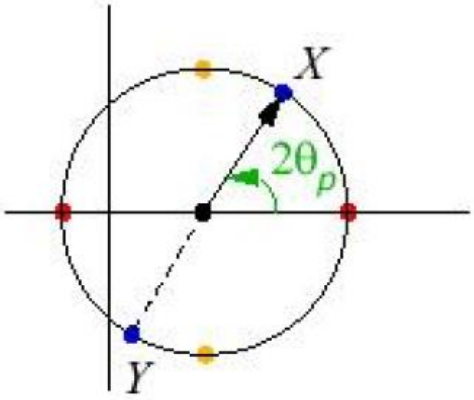


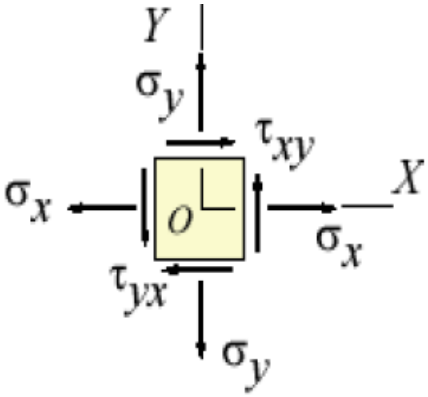


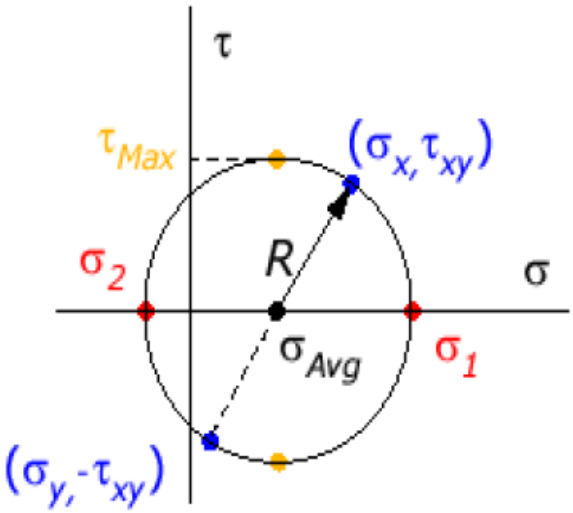
- تذکرمهم :

از آنجائیکه بر روی المان زاویه بین X,Y ۹۰ درجه است لذا هر چه قدر بر روی دایره مور بچرخیم بر روی المان بایستی نصف آنرا بچرخیم.









نتیجه:

مرکز دایره موهر به مختصات $\sigma_{avg}=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}$ و شعاع $R=\sqrt{\left(\left(\frac{\partial x-\partial y}{2}\right)^2+\tau xy^2\right)}$ می باشد. این دایره حالات مختلف تنش را در یک المان هنگامیکه المان دچار چرخش می شود نشان می دهد و بدین صورت رسم می شود که با بدست آوردن σ_{avg} مرکز آن مشخص می شود و با محاسبه R شعاع دایره نیز مشخص می گردد.

طبق این دایره ماکزیمم ومینمم تنش نرمال زمانی روی می دهد که تنش برشی صفر باشد ، این تنش ها را تنش های اصلی می نامیم.

$$\tau_{\max}=|\tau_{\min}|=R$$

$$\sigma_{\max}=\sigma_c+R=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+R$$

$$\sigma_{\min}=\sigma_c-R=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}-R$$

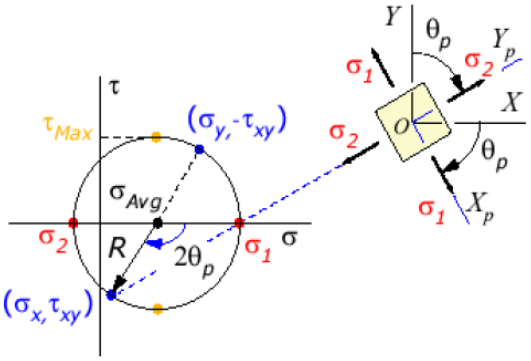
$$\sigma_x-\sigma_c=\sigma_x-\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}$$

$$R=\sqrt{\left(\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2\right)}\rightarrow\tau_{\max}=\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau xy^2}$$

$$tg2\theta=\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}$$

- تذکر مهم :

اگر از نقطه X به اندازه $2\theta_p$ روی دایره حرکت کنیم به $\sigma_{\max}$ می رسیم در حالیکه روی المان به اندازه θ_p حرکت کنیم به $\sigma_{\max}$ می رسیم.



- تذکر مهم :

$\tau_{\max}$, $\tau_{\min}$ از لحاظ مقداری برابر امّا مختلف العلامه می باشند در عمل ما τ مثبت ومنفی نداریم وبرای راحتی کار – و+ تعریف می کنیم.

مثال:

برای تنش های داده شده دایره موهر را رسم نمایید وجهات اصلی را مشخص کنید.

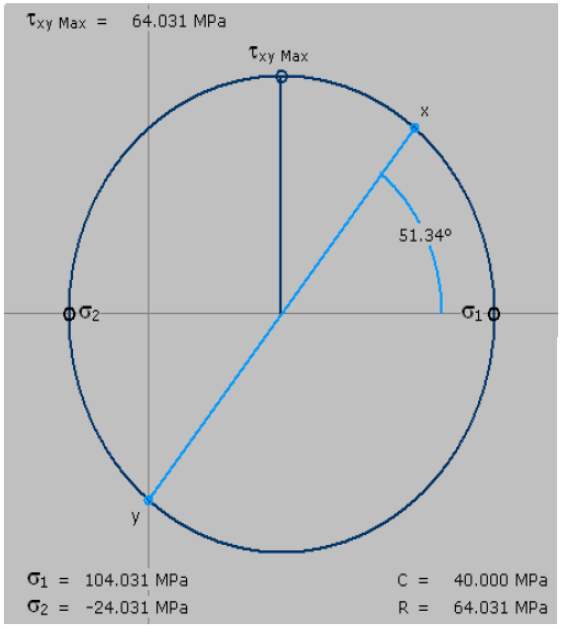
$$\begin{cases}\sigma_x = 80Mpa \\ \tau_{xy} = 50MPa\end{cases}$$

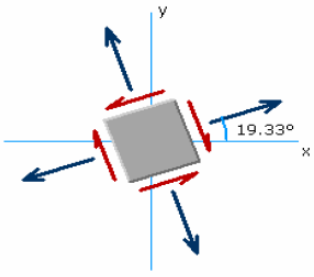
$$R = \sqrt{\left(\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}\right)} \rightarrow \tau_{\max} = \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau xy^2} \rightarrow R = 64Mpa$$

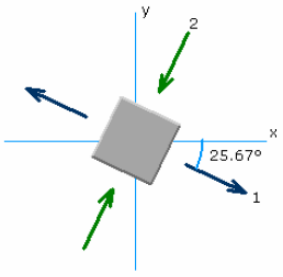
$$tg2\theta_{P1} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \rightarrow 2\theta_{P1} = 53.3^\circ$$

$$2\theta_S = \frac{\pi}{2} - 2\theta_{P1}$$

بنابراین برای رسم دایره موهر خواهیم داشت:





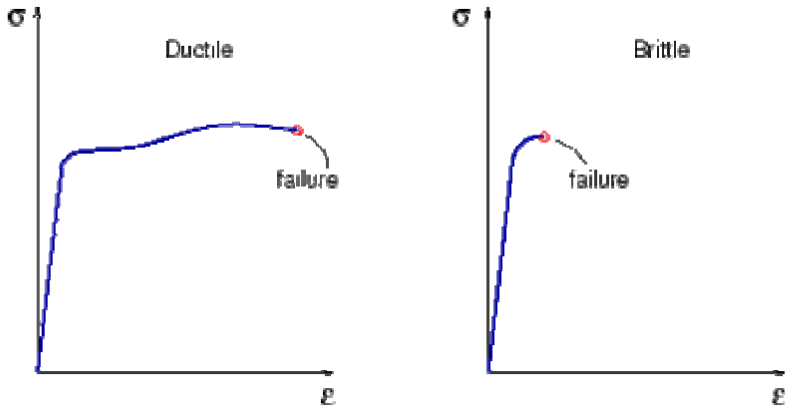


طراحی بر مبنای استحکام استاتیکی

طراحی بر مبنای استحکام استاتیکی:

۱.مواد نرم(Ductile): موادی که قابلیت تغییر فرم پلاستیک را دارند.

۲. مواد ترد(Brittle): وارد منطقه پلاستیک نمی شوند. ترد یا نرم بودن ماده نیز به ساختار بلوری ماده بر می گردد که در علم مواد مفصلاً شرح داده شده است.



Important

- **نکات مهم :**
- استحکام مواد نرم در کشش و فشار رفتار یکسانی دارند یا به عبارت دیگر $\begin{cases} S_{ut} = S_{uc} \\ S_{yt} = S_{yc} \end{cases}$
- در مواد ترد $S_{ut} \neq S_{uc}$ می باشد، استحکام فشاری نهایی S_{uc} بسیار بیشتر از استحکام کششی نهایی S_{ut} است.

برای مثال بتن فشار را خوب تحمل می کند اما کشش را تحمل نمی کند بخاطر همین است که در بتن میلگرد کار می گذارند که کشش را هم تحمل کند.

- این نکته را باید رعایت کرد که مواد ترد **شکسته** می شوند امّا مواد نرم **گسیخته** می شوند.
- مواد نرم در نقطه Full plastic گسیخته می شوند.

انواع بار گذاری :

۱.بار گذاری استاتیکی (Static loading)

۲.بار گذاری خستگی (Fatigue loading)

سوأل : مشخصات یک بردار Vectorچیست؟

۱.اندازه ۲.راستا ۳. جهت ۴. نقطه اثر

سوأل : بردار نیرو در استاتیک و مقاومت مصالح و طراحی اجزا چگونه برداری است؟

۱. در استاتیک : بردار لغزنده است ، چون نقطه اثر در استاتیک در نظر می گرفتیم.

۲. در مقاومت مصالح و طراحی نیرو یک بردار ثابت خواهد بود چون در طراحی ومقاومت ما تغییرات کشسان و مومسان داریم.

حال اگر چهار مولفه یک بردار را برای نیرو با هم در نظر بگیریم این بار گذاری استاتیکی است.

امّا اگر چهار مولفه بالا یکی از آنها تغییر کند این بارگذاری دینامیکی است.

معیارهای گسیختگی مواد نرم :

اگر توجه کنید در اینجا لفظ گسیختگی را بکار بردیم ولفظ شکست را به کار نبردیم زیرا مواد نرم شکسته نمی شوند بلکه گسیخته می شوند.

از آنجائیکه طراحی مواد نرم باید به گونه ای باشد که همواره در فاز الاستیک باقی بماند بهترین معیاری که استفاده می شود استفاده از تنش یا استحکام تسلیم (S_y) می باشد.

امّا مواد ترد از آنجائیکه نقطه تسلیم مشخصی ندارند استفاده از S_y چندان معقول به نظر نمی رسد. وبهتر است از تنش نهایی S_{ut} یا S_{uc} استفاده کنیم.

$u \rightarrow ultimate$

$y \rightarrow yield$

$t \rightarrow tention$

$c \rightarrow$ compression

۱.**معیار ماکزیمم تنش نرمال**(Criterion maximum normal stress)

۲.**معیار ترسکا یا ماکزیمم تنش برشی**(Criterion Tersca)

۳.**معیار ون میزز**(Criterion von mises)

۱.معیار ماکزیمم تنش نرمال:

این نظریه به علت قدمتش بیان می شود ، پیش بینی های آن با آزمایش وفق ندارد واصولاً نتایج نا امنی می دهد این تئوری می گوید :

تسلیم یا شکست موقعی در قطعه مکانیکی رخ می دهد که بزرگترین تنش اصلی آن با استحکام (در مواد نرم با S_y ودر مواد ترد با S_{ut}) برابر شود.

فرض کنید سه تنش اصلی را برای هر حالت تنش به شکل زیر مرتب کنیم :

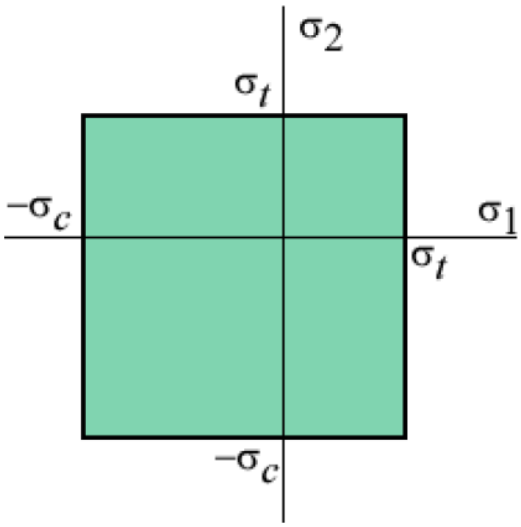
$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

این نظریه می گوید گسیختگی در مواد نرم زمانی روی می دهد که:

$$\sigma_1 = S_{yt}, \sigma_3 = -S_{yc}$$

و در مواد ترد زمانی رخ می دهد که:

$$\sigma_1 = S_{ut}, \sigma_3 = -S_{uc}$$



۲. تئوری ماکزیمم تنش برشی یا معیار ترسکا:

۱.این تئوری به خاطر سادگی و پیش بینی صحیح آن کاربرد فراوان دارد وفقط برای مواد نرم به کار می رود.

۲. این تئوری می گوید یک عنصر مکانیکی زمانی به تسلیم می رسد که تنش برشی ایجاد شده در آن عضو با تنش برشی max همان قطعه وقتی تحت آزمایش کشش ساده به تسلیم می رسد برابر باشد.

برای آزمایش کشش ساده داریم:

$$\tau_{\max} = \frac{S_y}{2} = \frac{\sigma 1}{2}$$

برای پیچش خالص با فرض $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ هم داریم:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{S_y}{2}$$

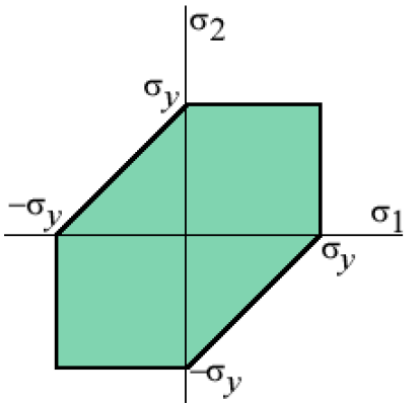
این نظریه می گوید که استحکام تسلیم در برش از معادله $S_{sy} = 0.5S_y$ بدست می آید.

اگر ضریب ایمنی را در نظر بگیریم داریم :

$$n\,\tau_{\max} = n\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 0.5S_y \rightarrow n = \frac{0.5S_y}{\tau_{\max}}$$

۳. معیار ترسکا ابعاد قطعه را بزرگتر تا ماکزیمم تنش نرمال می دهد.

۴. از مقایسه این شکل با شکل مربوط به معیار ماکزیمم تنش نرمال در می یابیم که این دو معیار در ربع اول و دوم مشابه همدیگرند



- **استحکام مواد ترد تحت بارگذاری استاتیکی :**

۱.نمودار تنش و کرنش تا نقطه شکست خط پیوسته همواری می باشد.

۲.گسیختگی در اثر شکست اتفاق می افتد بنابراین این مواد نقطه تسلیم مشخصی را ندارند.

۳.**استحکام فشاری** این مواد معمولاً چندین برابر **استحکام کششی** آنها است.

یعنی $S_{ut} \neq S_{uc}$.

۴.**استحکام پیچشی** نهایی S_{su} که مدول گسیختگی است تقریباً با **استحکام کششی** آنها برابر است. یعنی $S_{su} = S_{ut}$.

در حقیقت از سه تئوری **ماکزیمم تنش نرمال ،کلون- مور، کلون- مور اصلاح شده** می توان برای پیشگیری شکست مواد ترد استفاده نمود پس معیار هایی که برای مواد ترد به کار می رود مطابق زیر است.

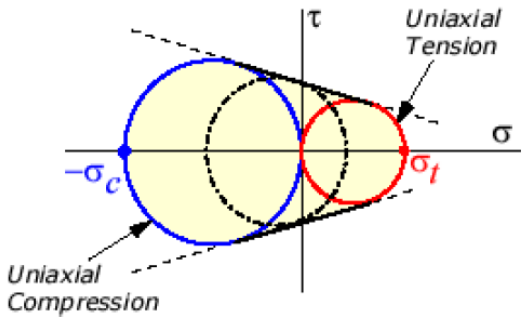
- **معیار های شکست مواد ترد:**

۱.تئوری ماکزیمم تنش نرمال:

این تئوری مطابق باآنچه که برای مواد نرم به کار می رفت برای مواد ترد هم به کار می رود.

اگر $\sigma 1, \sigma 2$ را محاسبه کنیم و load point با مختصات $A = \begin{vmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{vmatrix}$ را بدست آوریم و در ناحیه ایمن واقع شد شکست نداریم در غیر اینصورت شکست داریم.

۲.تئوری کلون-مور:

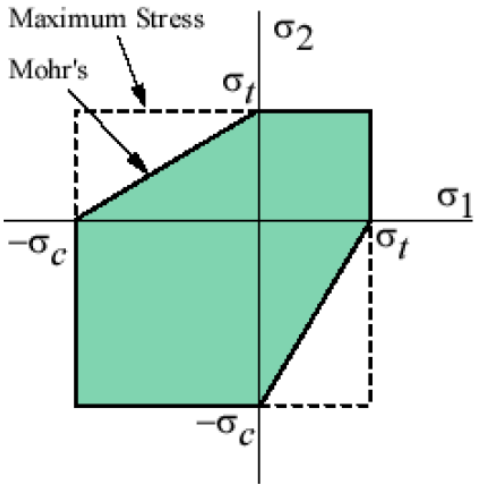


این تئوری که به آن نقطه اصطکاک داخلی هم می گویند بر اساس آزمونهای ساده کشش و فشار استوار می باشد.دو دایره مطابق شکل بالا رسم می کنیم ، مماس مشترک این دودایره را رسم کرده اکنون برای هر وضعیت بار

گذاری یک دایره مور قابل ترسیم است در صورتیکه این دایره داخل نا
در غیر اینصورت شکست خواهیم داشت.

$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_3}{S_{uc}} = \frac{1}{n}$$

در این معادله حتماً S_{uc} منفی خواهد بود.



مثال

پینی به قطر mm ۶ از چدن $A_{STM}NO40\begin{cases} S_{ut} = 293Mpa \\ S_{uc} = 965Mpa \end{cases}$ ساخته شده است ، پین جوری طراحی شده است که بار محوری فشاری ۳۵KN همراه با بار پیچشی ۹٫۸KN.m تحمل می نماید. مطلوبست مقدار ضریب ایمنی با استفاده از سه نظریه شکست مواد ترد.

حل : اولین کار برای حل این مسئله این است که مؤلفه های تنش اصلی را محاسبه کنیم :

نیروی محوری فشاری تولید کننده تنش نرما مطابق زیر است :

$$\sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{-3.5\times10^3}{\frac{\pi}{4}\times(6^2)} = -124Mpa$$

و تُرک تولید کننده تنش برشی به صورت زیر است :

$$\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 9.8 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times (6^3)} = 231 Mpa$$

For principal stress have as following:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2} \Rightarrow \sigma 1 = 177 Mpa, \sigma 2 = -301 Mpa$$

- **Criterion maximum normal stress :**

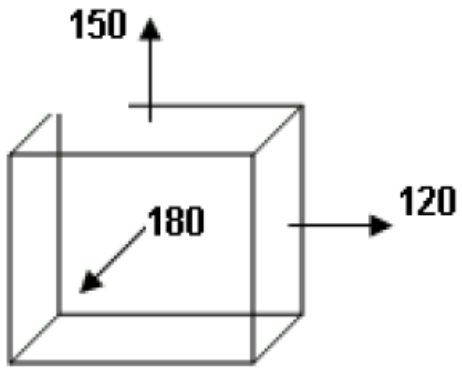
$$n = \frac{S_{ut}}{\sigma 1} = \frac{293}{177} = 1.65$$

- **Criterion CLOM-MOHR :**

$$\left(\frac{\sigma 1}{S_{ut}} + \frac{\sigma 2}{S_{uc}} \right) = \frac{1}{n} \Rightarrow \left(\frac{177}{293} + \frac{-301}{-965} \right) = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 1.09$$

مثال

ماده ای چکش خوار دارای استحکام تسلیم S_y =۱۰۰Mpa و استحکام نهایی S_{ut} =۱۵۰Mpa) می باشد. در صورتیکه المانی از ماده تحت بار گذاری زیر باشد



۱)حتماً تسلیم می شود ولی نمی شکند.

۲)حتماً خواهد شکست.

۳)تسلیم نخواهد شد و نخواهد شکست.

۴)بدون آنکه تسلیم شود، خواهد شکست.

حل: $S_{ut} = 150 < \sigma_{\max} = 180 \leftarrow$ پس شکست رخ می دهد. بنابراین دو گزینه ۱ و ۳ غلط است.

طبق مطمئن ترین تئوری سیلان یا تسلیم یعنی ماکزیمم تنش برشی داریم:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{180 - 120}{2} = 30$$

$$S_{sy} = 0.5 S_y \rightarrow S_{sy} = 50$$

$S_{sy} > \tau \max \leftarrow$ تسلیم اتفاق نمی افتد. بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

طراحی برای استحکام در برابر خستگی

خستگی در قطعات ماشین که در اثر تنش های نوسانی یا مکرر می شکنند دیده می شود که بیشترین تنش های عملی ، کمتر از مقاومت نهایی ماده و حتی در بعضی موارد کمتر از مقاومت تسلیم ماده می باشد. شاخصترین ویژگی این شکست ها آن است که تنش ها به دفعات بسیار زیاد تکرار می شده اند.
از این رو است که شکست را شکست خستگی یا (Fatigue Failure) می نامند.
شکست خستگی ، با یک تَرک کوچک آغار می شود که با اشعه X قابل شناسایی است.

تَرک از نقطه ای از ناپیوستگی قطعه (مانند تغییر مقطع ، جای خار ، یا یک سوراخ) در ماده گسترش می یابد. با پیداش تَرک اثر تمرکز تنش بیشتر شده و تَرک تندتر پیشرفت می کند و باعث کاهش سطح مقطع می شود تا این که در یک سطح مقطع باقیمانده قطعه به صورت ناگهانی می شکند. بنابراین مقطع یک شکست خستگی با دو ناحیه مشخص تمیز داده می شود . ناحیه نخست به علّت پیشرفت تدریجی تَرک و ناحیه دوم به علت شکست ناگهانی است.

تسلیم و گسیختگی در بارگذاری خستگی نداریم و شکست داریم. شکست خستگی به مراتب مهم تر از شکست استاتیکی است که در فصل قبل مورد بحث قرار گرفت.چرا که در این شکست تنش های کمتری صورت گرفته و همچنین شکستی ناگهانی بوده و خبر نمی دهد.